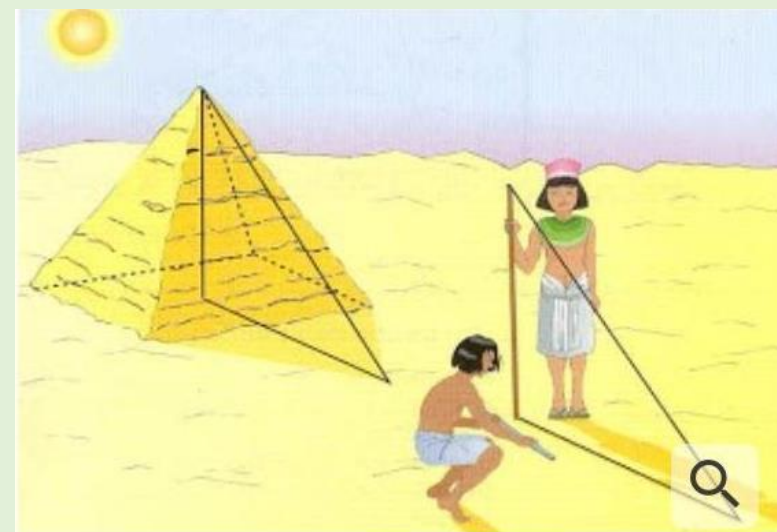




CENTRO EDUCACIONAL MARAPENDI – CEMP

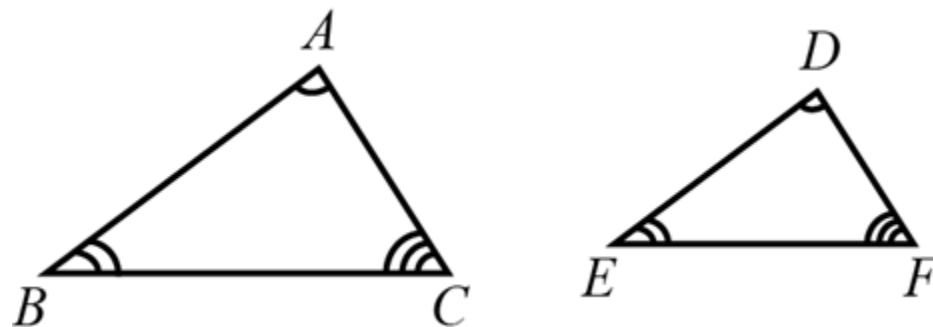
GEOMETRIA – Prof. Clovis Reis

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



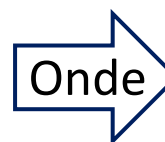
► SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Dois triângulos são semelhantes quando seus **ângulos correspondentes são congruentes** e os **lados homólogos são proporcionais**.



Em símbolos matemáticos, podemos escrever:

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} \equiv \hat{D} \\ \hat{B} \equiv \hat{E} \\ \hat{C} \equiv \hat{F} \end{cases} e \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$



Símbolos:

\sim : semelhante

\equiv : congruente

► RAZÃO DE SEMELHANÇA

Quando dois triângulos são semelhantes, a razão entre as medidas dos lados correspondentes é chamada **razão de semelhança**.

Dos triângulos ABC e DEF visto anteriormente, obtemos:

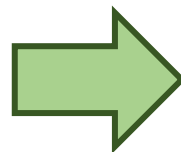
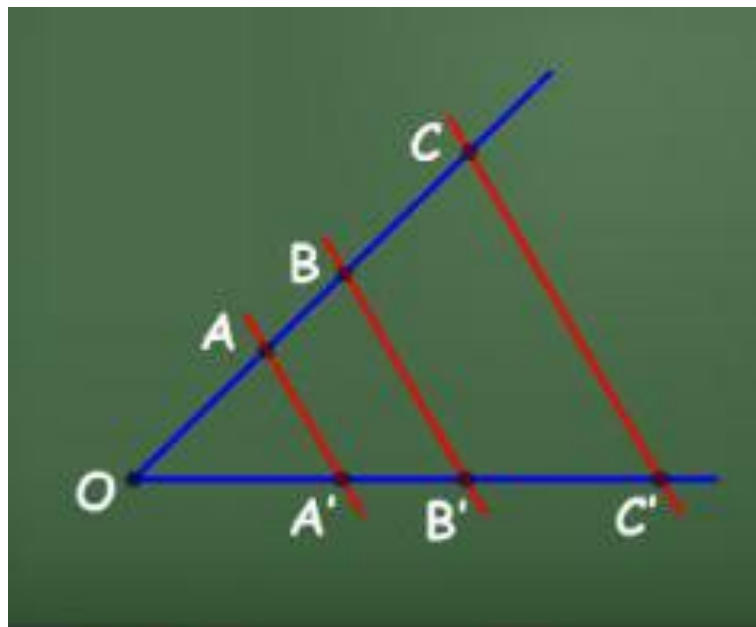
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = k \longrightarrow \text{Onde } k \text{ é a razão de semelhança.}$$

O conceito de triângulos semelhantes fixou as seguintes condições para dois triângulos serem semelhantes:

- *Três congruências de ângulos;*
- *Proporcionalidade dos três lados.*

► Recordando o Teorema de Tales:

Se duas retas são transversais a um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os segmentos correspondentes da outra.



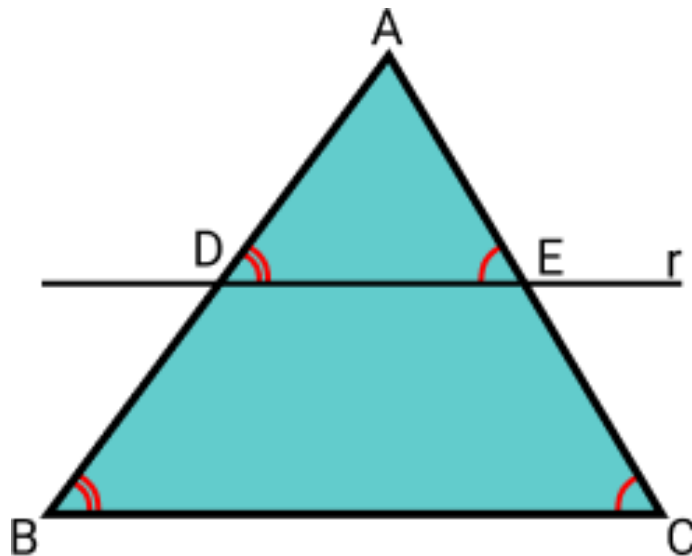
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CC'}}$$



► Teorema Fundamental da Semelhança de Triângulos

A figura a seguir mostra um triângulo ABC e \overline{DE} é um segmento paralelo ao lado \overline{BC} .



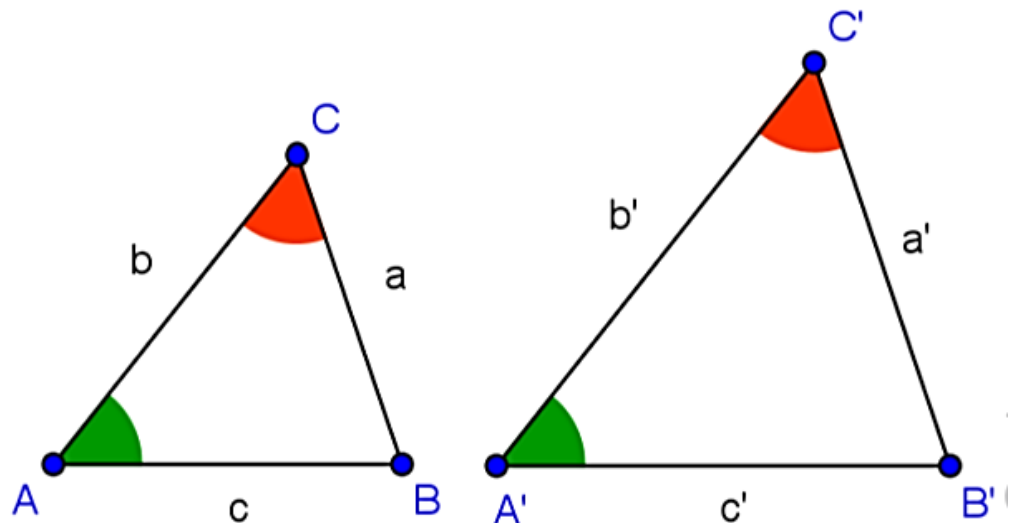
😊 Então:

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

Toda reta paralela a um lado de um triângulo que intersecta os outros dois lados em pontos distintos determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.

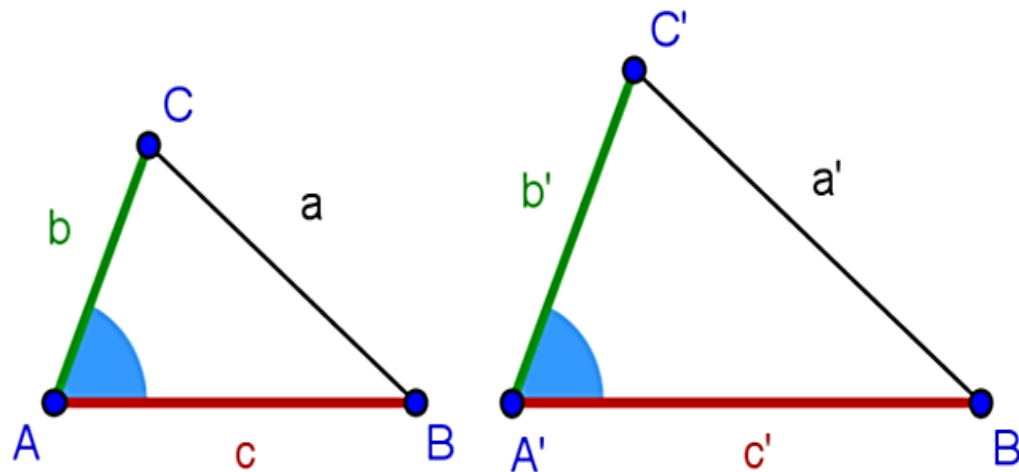
▶ CRITÉRIOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

• Caso AA (ângulo – ângulo)



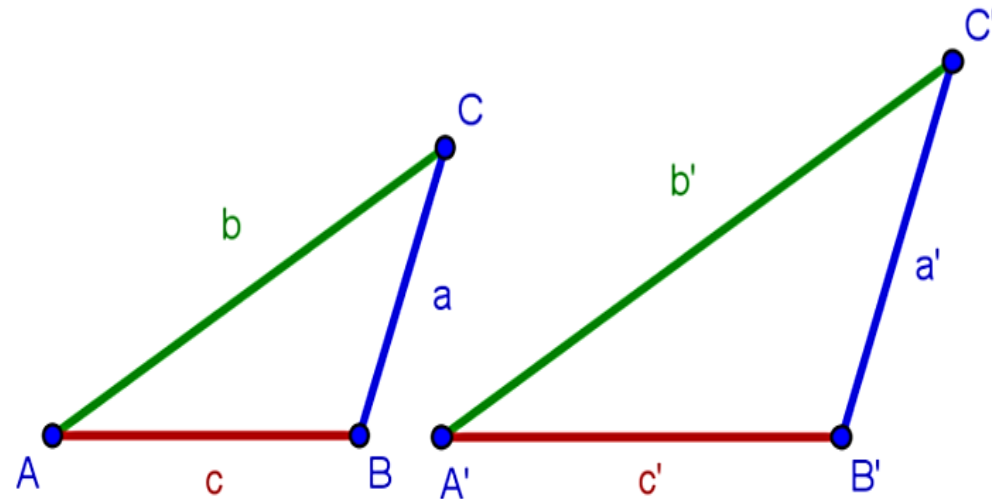
Se dois triângulos têm dois ângulos respectivamente congruentes, então os triângulos são semelhantes.

- Caso LAL (lado – ângulo – lado)



Se dois triângulos têm dois lados correspondentes proporcionais e os ângulos compreendidos são congruentes, então os triângulos são semelhantes.

- Caso LLL (lado – lado – lado)



Se dois triângulos têm os lados correspondentes proporcionais, então os triângulos são semelhantes.

▶ CONSEQUÊNCIAS DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

• Primeira consequência

Se a razão de semelhança entre dois triângulos é k , então:

- a razão entre duas alturas homólogas é k ;
- a razão entre duas bissetrizes homólogas é k ;
- a razão entre duas medianas homólogas é k ;
- a razão entre as áreas é k^2 .

• Segunda consequência

Se um segmento une os pontos médios de dois lados de um triângulo, então ele é **paralelo ao terceiro lado** e sua medida é **metade da medida do terceiro lado**.

- **Terceira consequência**

Se, pelo ponto médio de um lado de um triângulo traçarmos uma reta paralela a outro lado, ela encontrará o terceiro lado em seu ponto médio.

Referência:

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto, Matemática. Vol. Único. São Paulo: Atual, 2015.