CENTRO EDUCACIONAL MARAPENDI – CEMP

GEOMETRIA - Prof. Clovis Reis

SÓLIDOS INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS

SÓLIDOS INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS

Os sólidos, que estudamos separadamente até agora, possuem diversos tipos de formas e tamanhos, e estão presentes no cotidiano de diferentes maneiras, mas podem se relacionar entre si. Mas em diversas situações precisamos entender a relação que um sólido tem com o outro.

Com estas formas de relacionamento entre os sólidos destacam-se os sólidos que são inscritos ou circunscritos entre si, de maneira que possam se encaixar ou não de acordo com suas características e propriedades.

Veremos a seguir as características de cada um deles.

SÓLIDOS INSCRITOS

Os sólidos inscritos são aqueles que se posicionam dentro de outros sólidos, sem que haja qualquer tipo de deformação ou prejuízo a qualquer um dos dois, podendo assim ocupar um espaço conjunto. Para isso, é necessário que ao menos um dos sólidos seja oco, de forma que se possa abrigar o outro sólido.

No entanto, é preciso que se observem alguns detalhes que devem ser compatíveis entre os dois sólidos para que possa haver assim a sua inscrição, como altura, largura de base entre outras características.

Também deve ser observado que os detalhes da inscrição de um sólido podem sofrer variações de acordo com o formato dos dois sólidos envolvidos, de maneira que um possa ser inscrito sem que haja qualquer tipo de impossibilidade devido a seu formato, como cones, pirâmides, esferas, cubos, entre outros.

SÓLIDOS CIRCUNSCRITOS

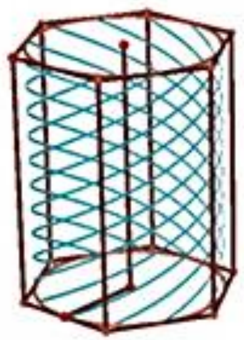
O sólido circunscrito, diferentemente do inscrito, não é inserido em outro sólido, ficando assim, com apenas uma de suas partes encaixada.

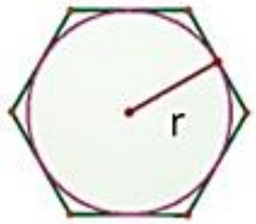
Para que um sólido possa ser circunscrito, também deve haver uma observação de acordo com seu formato e tamanho, de forma que se adapte aos demais sólidos sem que haja qualquer tipo de pressão excessiva. O que poderia causar prejuízos como rachaduras e quebras, por exemplo.

Assim, pode ser afirmado que o sólido circunscrito é o oposto ao sólido inscrito, sempre havendo uma relação entre dois ou mais sólidos.

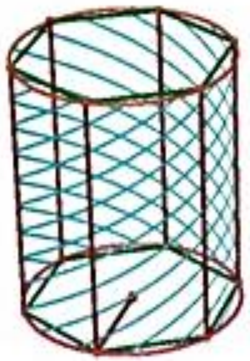
CILINDRO E PRISMA

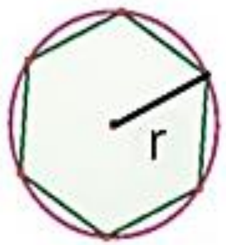
Quando o cilindro circular reto está inscrito em um prisma regular, o raio da base do cilindro é o raio da circunferência inscrita na base do prisma, ou seja, o raio da base do cilindro é o apótema da base do prisma. Veja ao lado como exemplo, um cilindro inscrito em um prisma hexagonal regular.





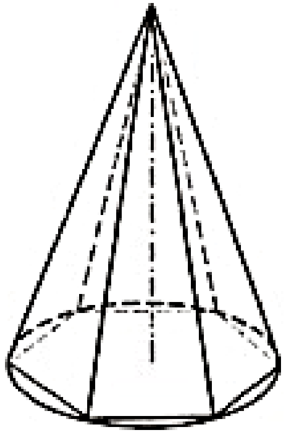
Quando o prisma está inscrito em um cilindro circular reto, o raio da base do cilindro é o raio da circunferência circunscrita à base do prisma. Veja ao lado como exemplo, um cilindro circunscrito a um prisma hexagonal regular.

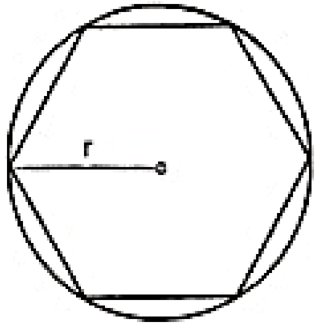




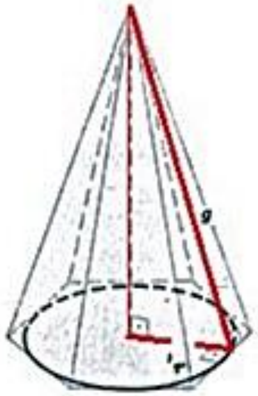
PIRÂMIDE E CONE

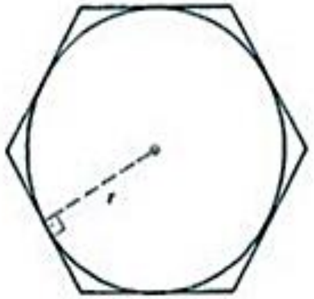
Quando uma pirâmide regular está inscrita num cone circular reto, o raio da base do cone é o raio da circunferência circunscrita à base da pirâmide.





Quando um cone circular reto está inscrito numa pirâmide regular, o raio da base do cone é o apótema da base da pirâmide e a geratriz do cone é o apótema da pirâmide.



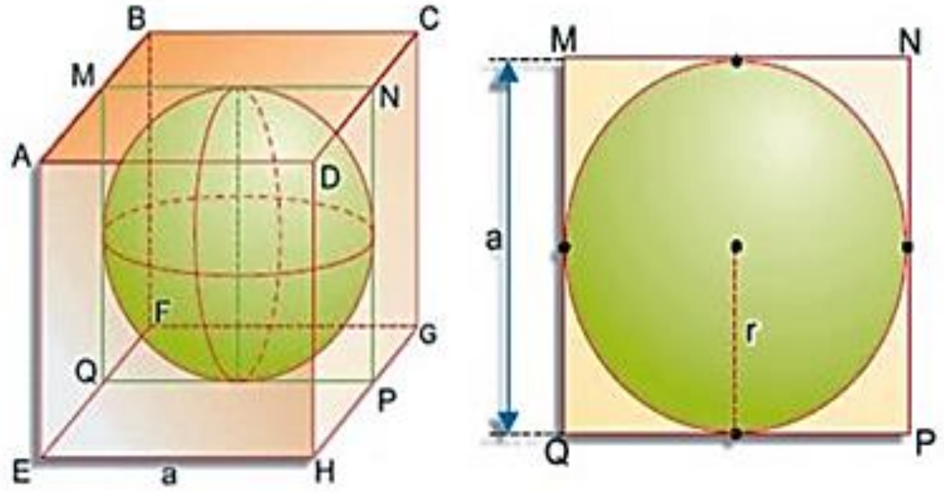


ESFERA E CUBO

Quando uma esfera está inscrita em um cubo, o diâmetro da esfera possui a mesma medida da aresta do cubo.

Dessa maneira, temos que:

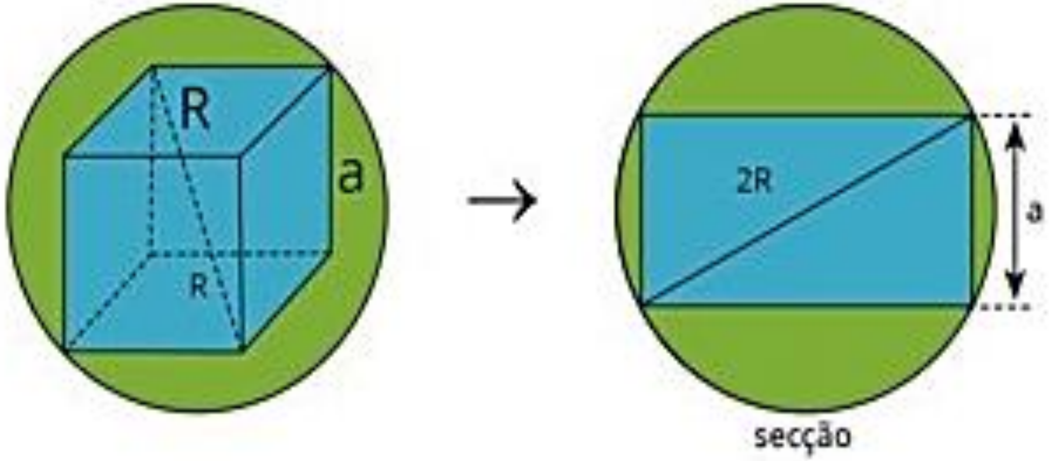
$$2r = a \iff r = \frac{a}{2}$$



Quando uma esfera está circunscrita ao cubo, seu diâmetro possui mesma medida da diagonal do cubo.

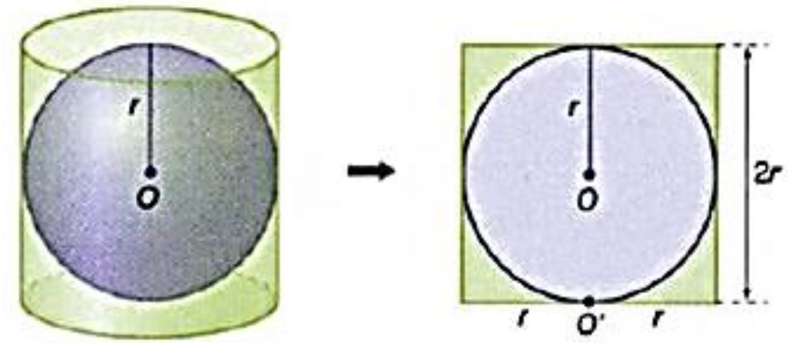
Dessa maneira, temos que:

$$2R = a\sqrt{3} \iff R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



ESFERA E CILINDRO

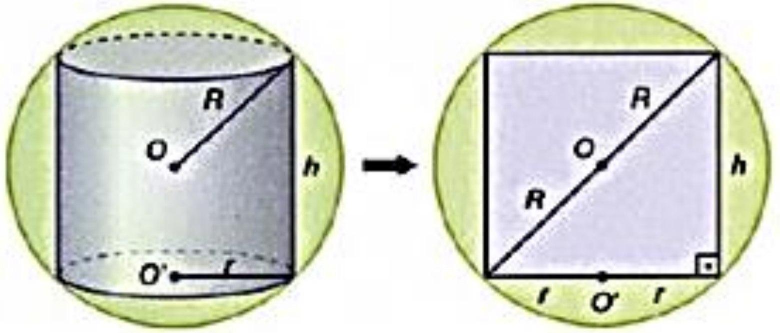
Se uma esfera se encontra inscrita em um cilindro circular reto, temos que a altura desse cilindro deve ser o diâmetro da esfera, e o raio da base do cilindro deve ser igual à medida do raio da esfera.



Devemos observar ainda que este, é um cilindro equilátero e que a medida de sua área lateral é a mesma da área da superfície esférica.

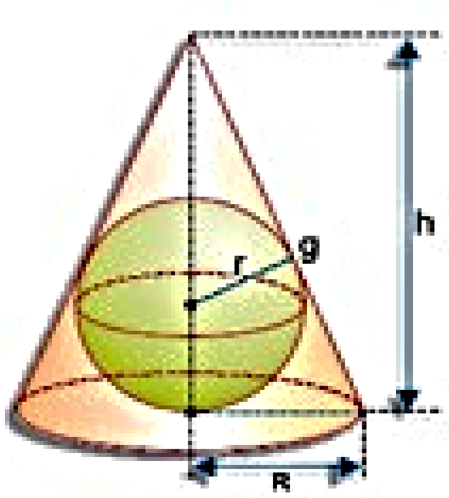
$$A_{lat.cilindro} = A_{esfera} = 4\pi R^2$$

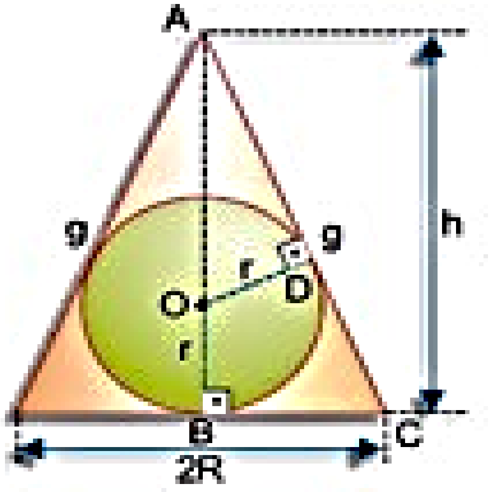
Se uma esfera se encontra circunscrita em um cilindro circular reto, temos que o diâmetro da esfera é a diagonal da seção meridiana do cilindro.



ESFERA E CONE

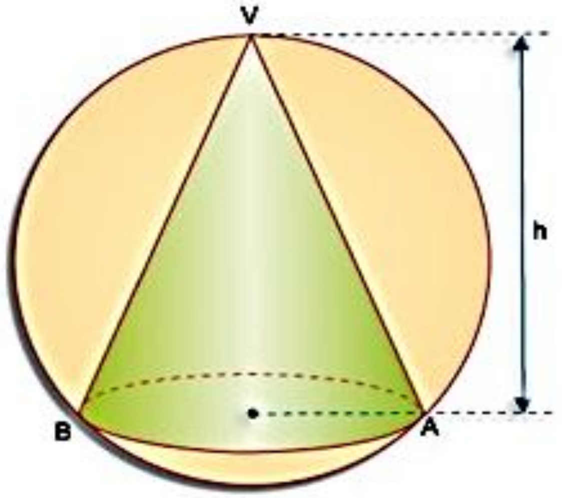
Se uma esfera se encontra inscrita em um cone, temos uma semelhança do triângulos na secção meridiana do cone.

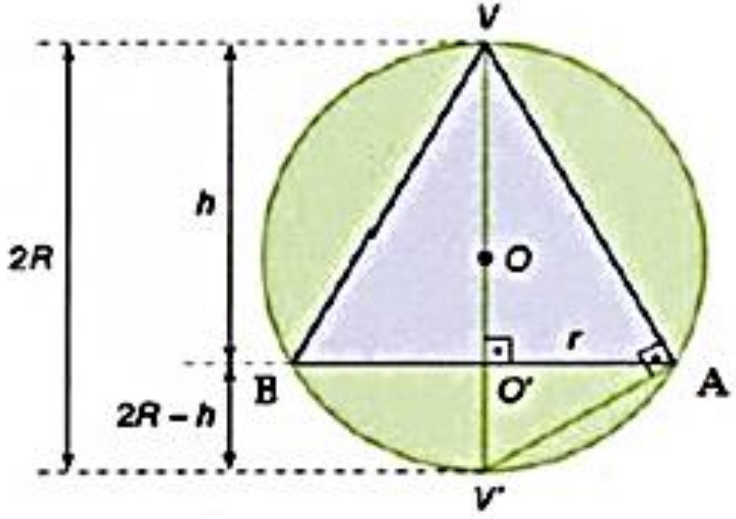




Considere a secção meridiana acima, onde A é o vértice do cone, O é o centro da esfera de raio r, B é o centro da base do cone de raio R, e D a interseção da geratriz AC com a esfera. Note que $\Delta ABC \sim \Delta AOD$, assim $\mathbf{R/r = g/(h - r)}$.

Quando uma esfera está circunscrita a um cone, notemos que o diâmetro da esfera que contém o vértice do cone forma um triângulo retângulo com qualquer dos pontos da base do cone, como mostra a figura.





Dessa maneira, considere o $\Delta VV'A$, cuja altura relativa à hipotenusa é igual a medida do raio r da base do cone, e cujas projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa possuem medida h e 2R – h. Logo, pelas relações métricas no triângulo retângulo, temos que: $\mathbf{r^2 = h.(2R - h)}$.

Referências:

https://www.proenem.com.br/
https://querobolsa.com.br/enem/
https://www.resumoescolar.com.br/