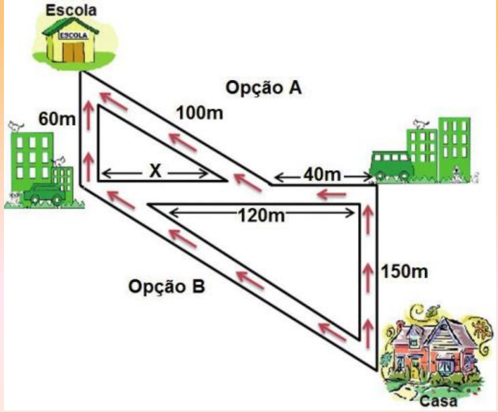
CENTRO EDUCACIONAL MARAPENDI – CEMP

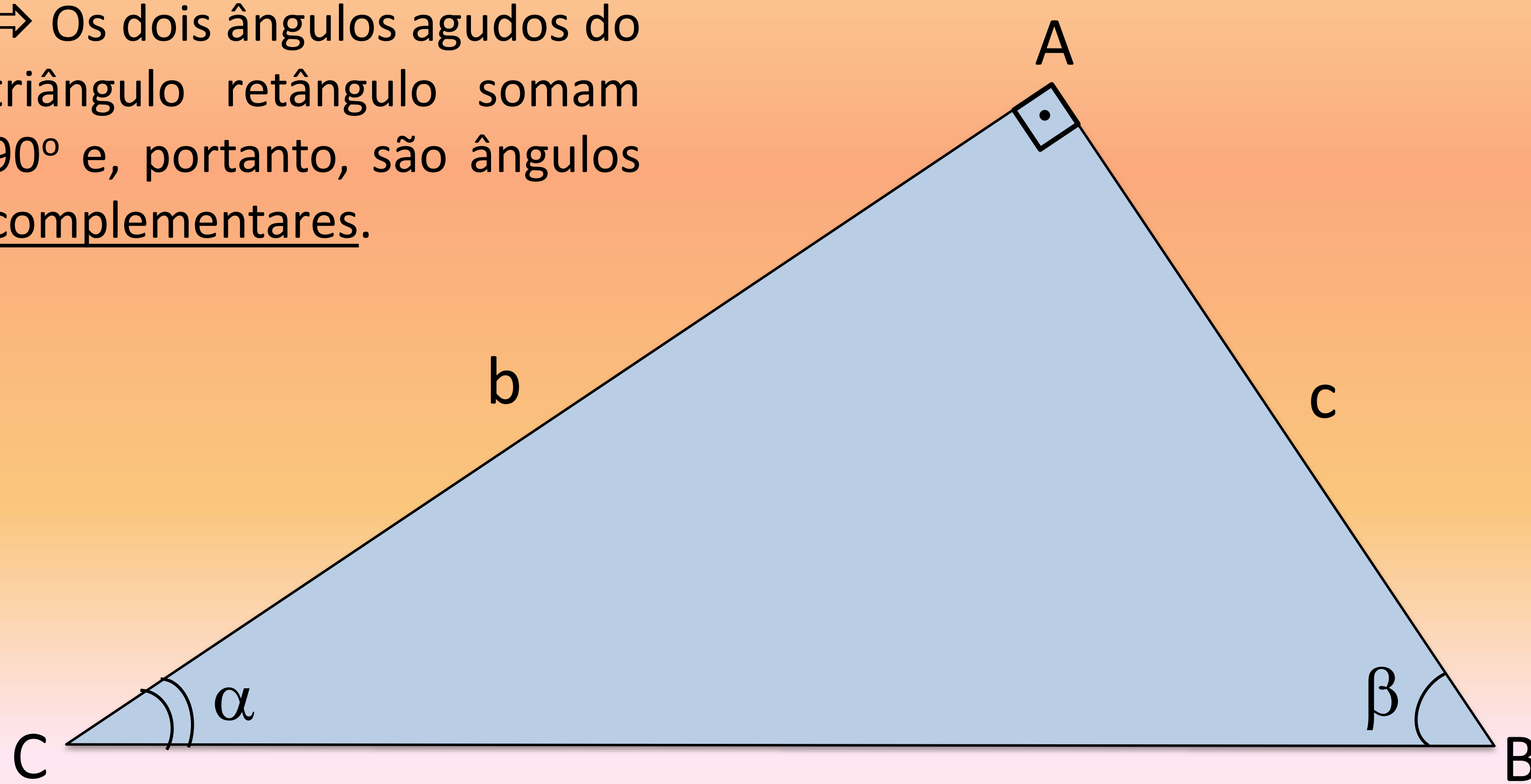
- GEOMETRIA – Prof. Clovis Reis

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



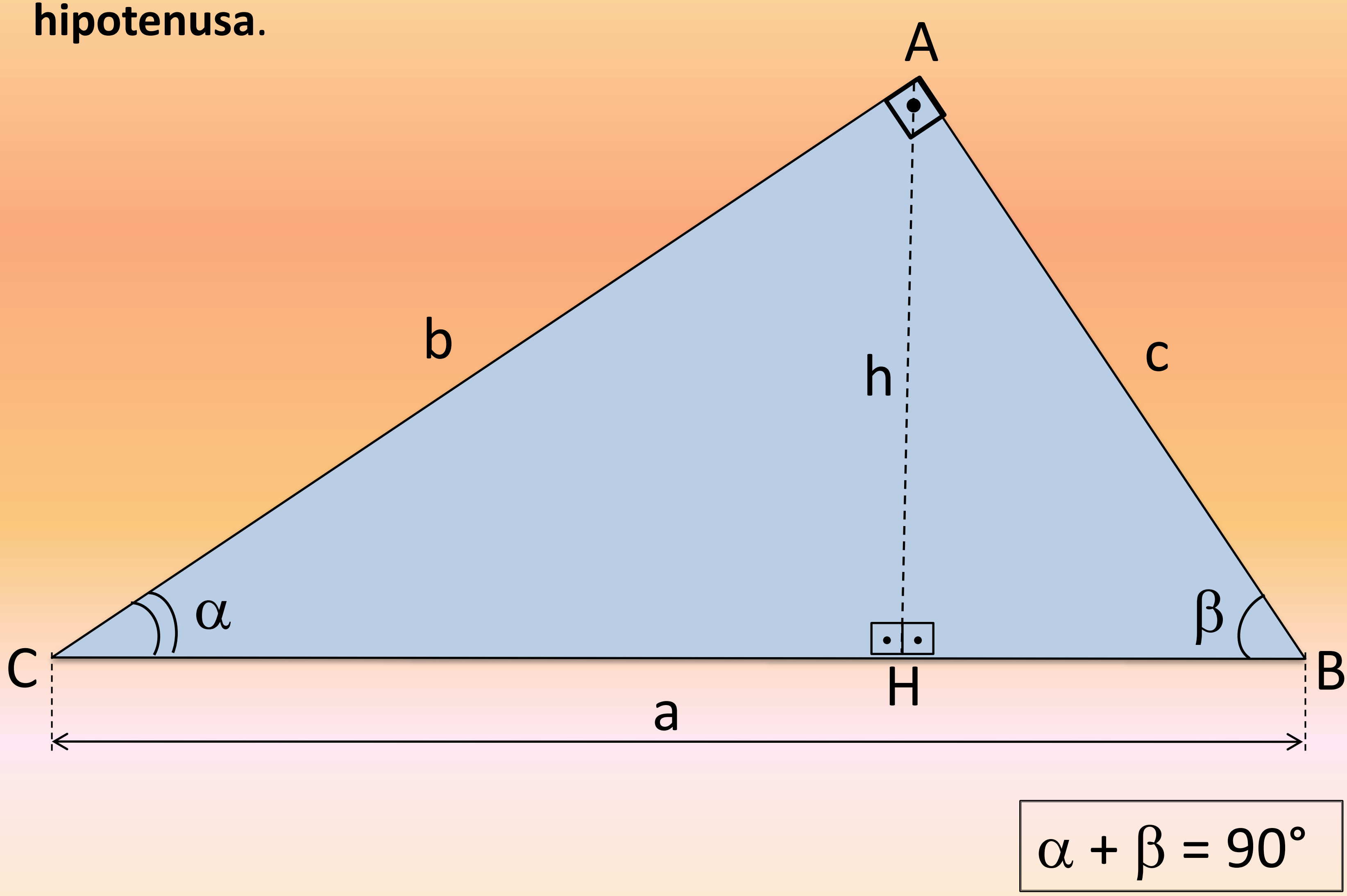
O triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo reto, ou seja, que mede 90º. Os lados que formam o ângulo reto são chamados de **catetos** e o maior lado, que fica oposto ao ângulo reto, chama-se **hipotenusa**.

⇨ Os dois ângulos agudos do triângulo retângulo somam 90º e, portanto, são ângulos complementares.

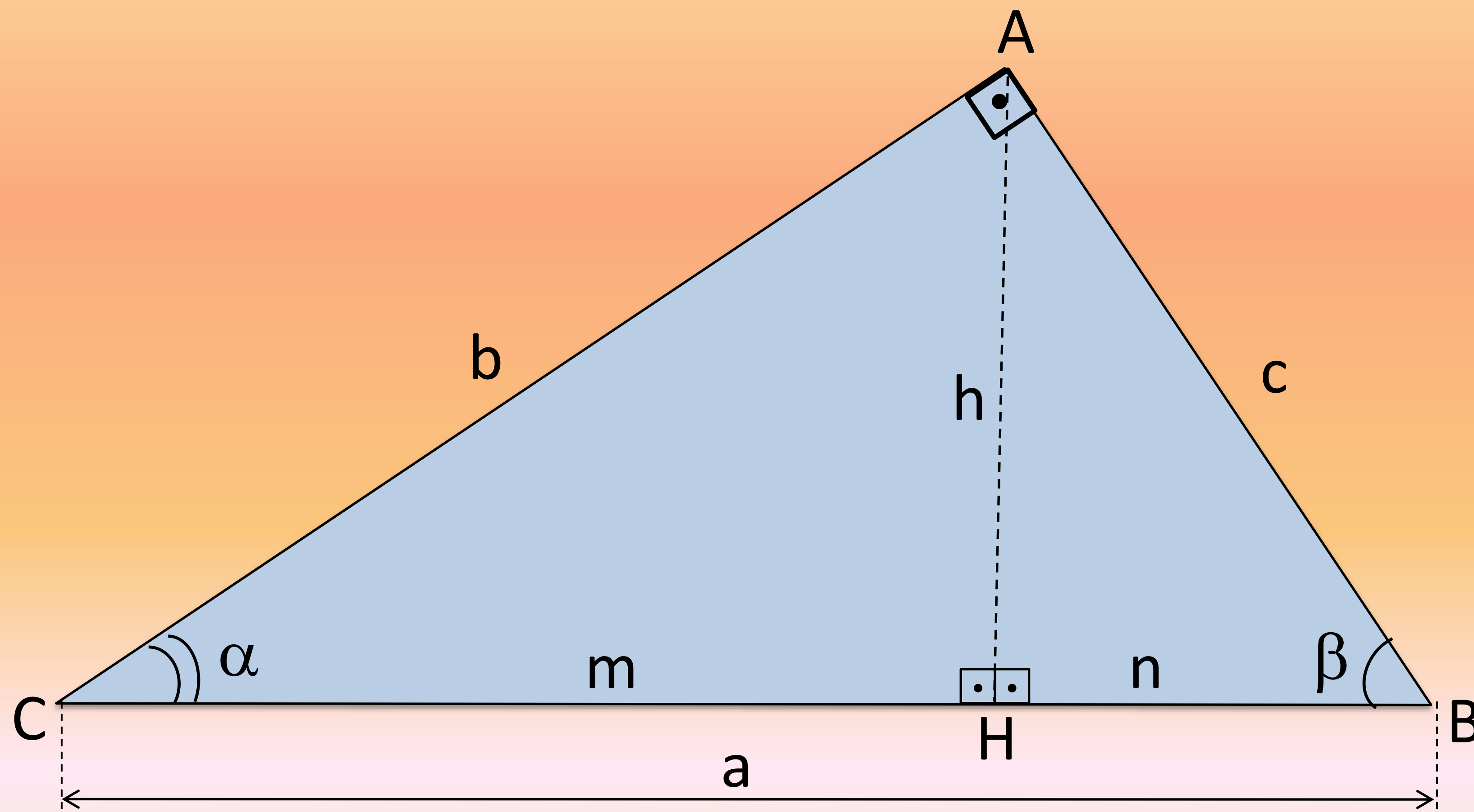


$$\alpha + \beta = 90°$$

A ceviana (segmento com extremidades num vértice e num ponto do lado oposto) perpendicular à hipotenusa é chamada de **altura relativa à hipotenusa**.



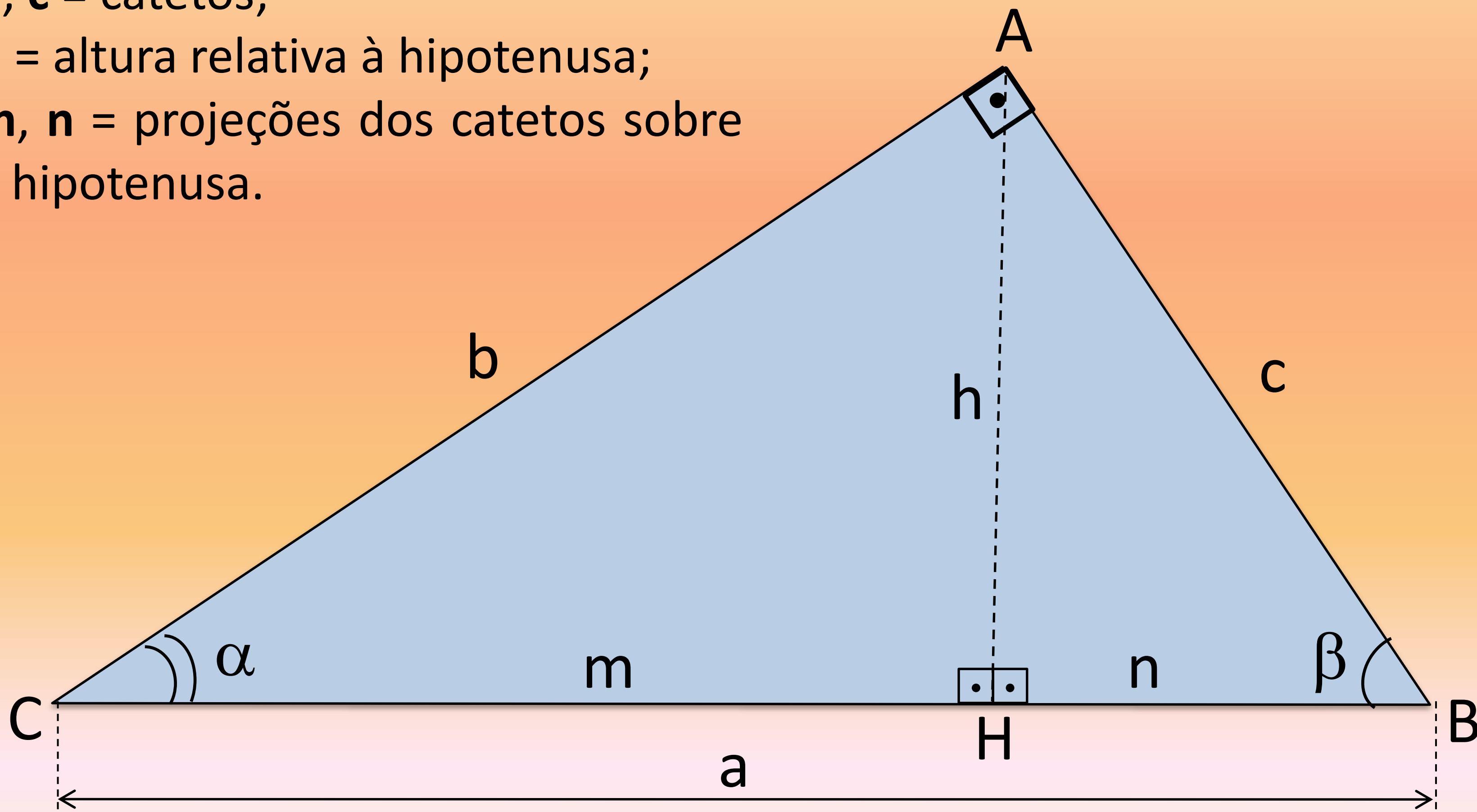
A altura do triângulo relativo à hipotenusa divide essa hipotenusa em dois segmentos, que são as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.



$$\boxed{\alpha + \beta = 90^\circ}$$

Então, temos as seguintes medidas no triângulo ABC:

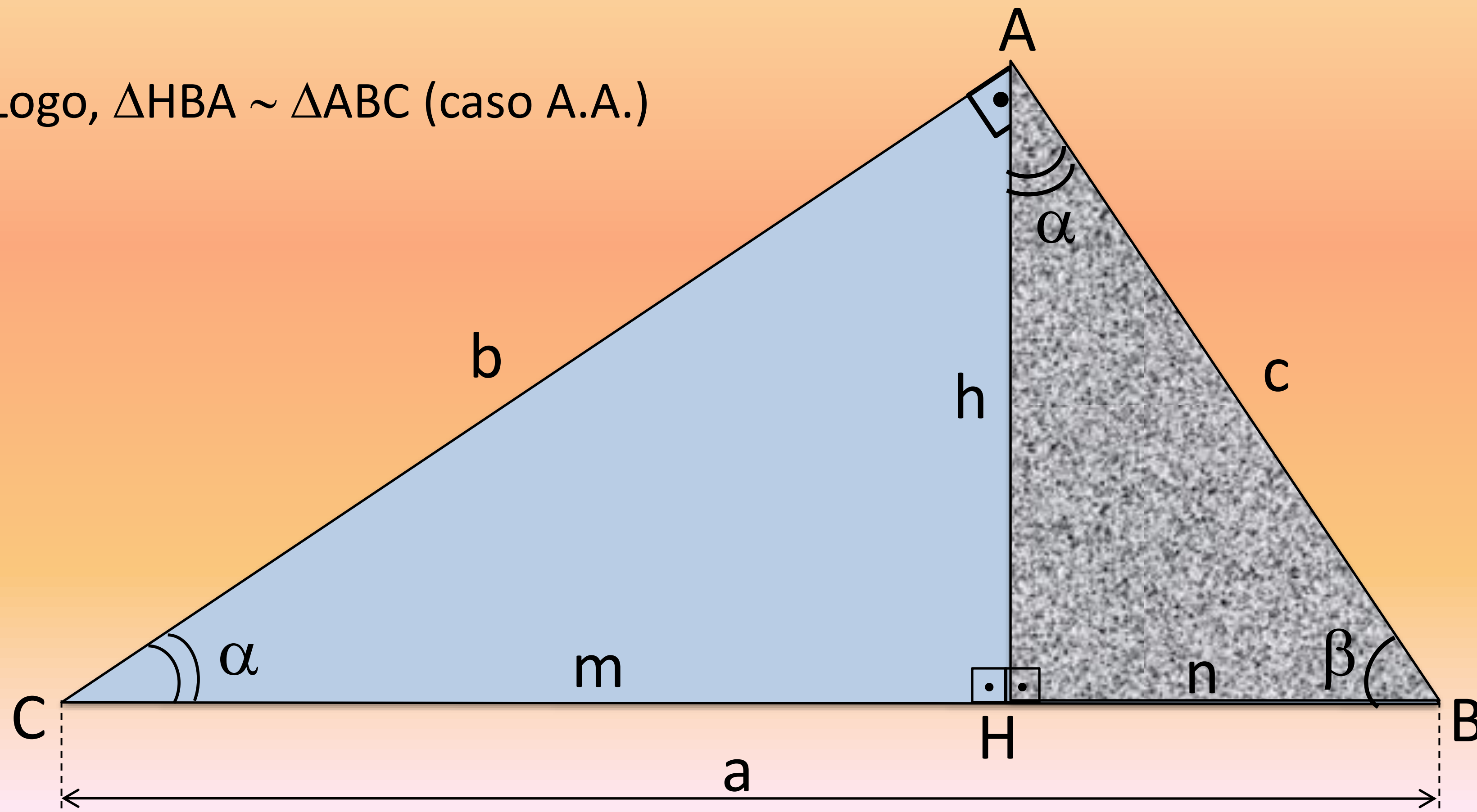
a = hipotenusa;
b, **c** = catetos;
h = altura relativa à hipotenusa;
m, **n** = projeções dos catetos sobre a hipotenusa.



$\alpha + \beta = 90°$

Observa-se a existência de um triângulo retângulo num dos lados da altura relativa à hipotenusa, o ΔHBA, e com os mesmos ângulos agudos do triângulo anterior, o ΔABC .

Logo, ΔHBA ~ ΔABC (caso A.A.)

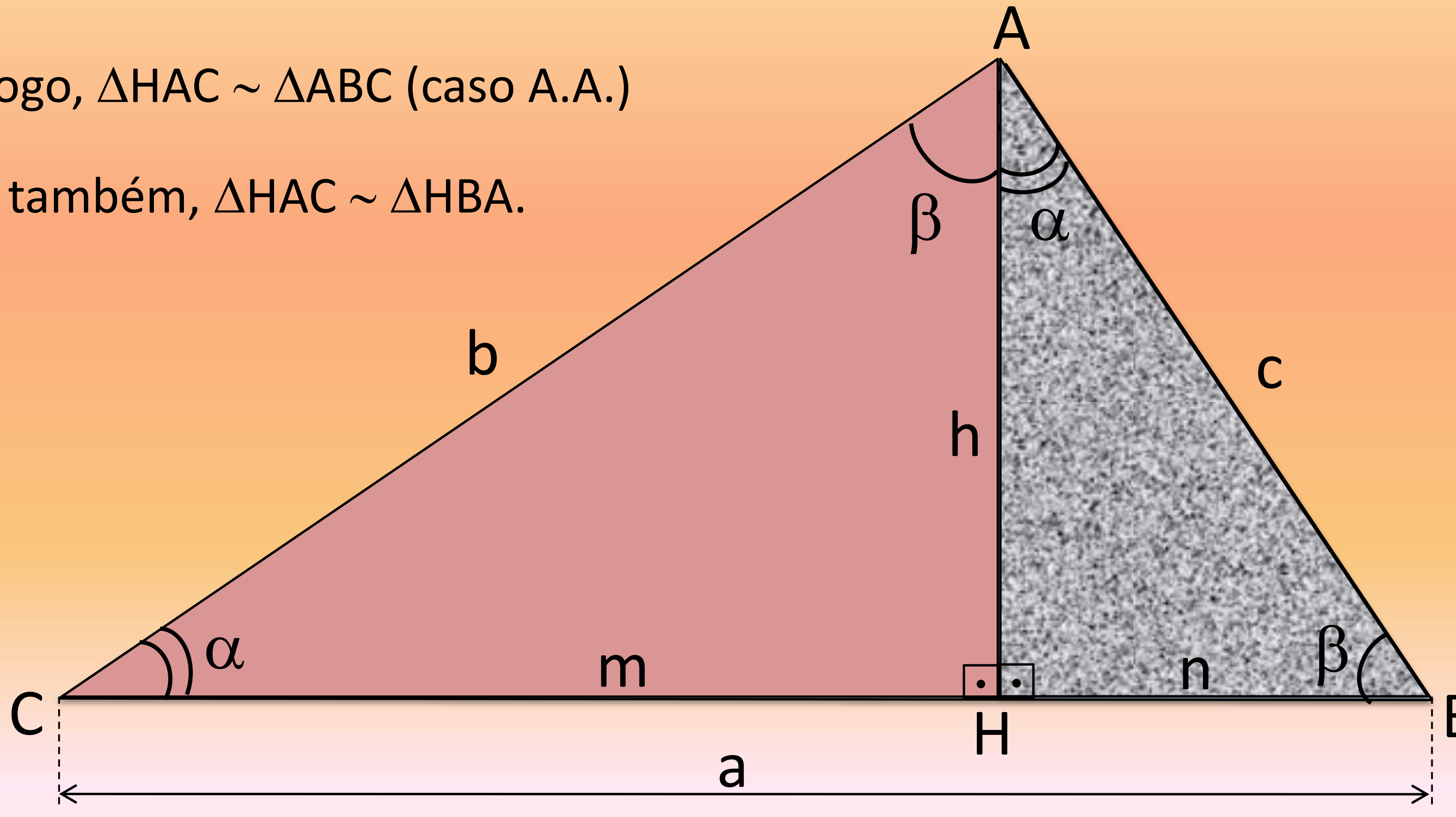


$\alpha + \beta = 90°$

De forma semelhante, observa-se também a existência de um triângulo retângulo no outro lado da altura relativa à hipotenusa, o ΔHAC, e com os mesmos ângulos agudos do triângulo inicial, o ΔABC .

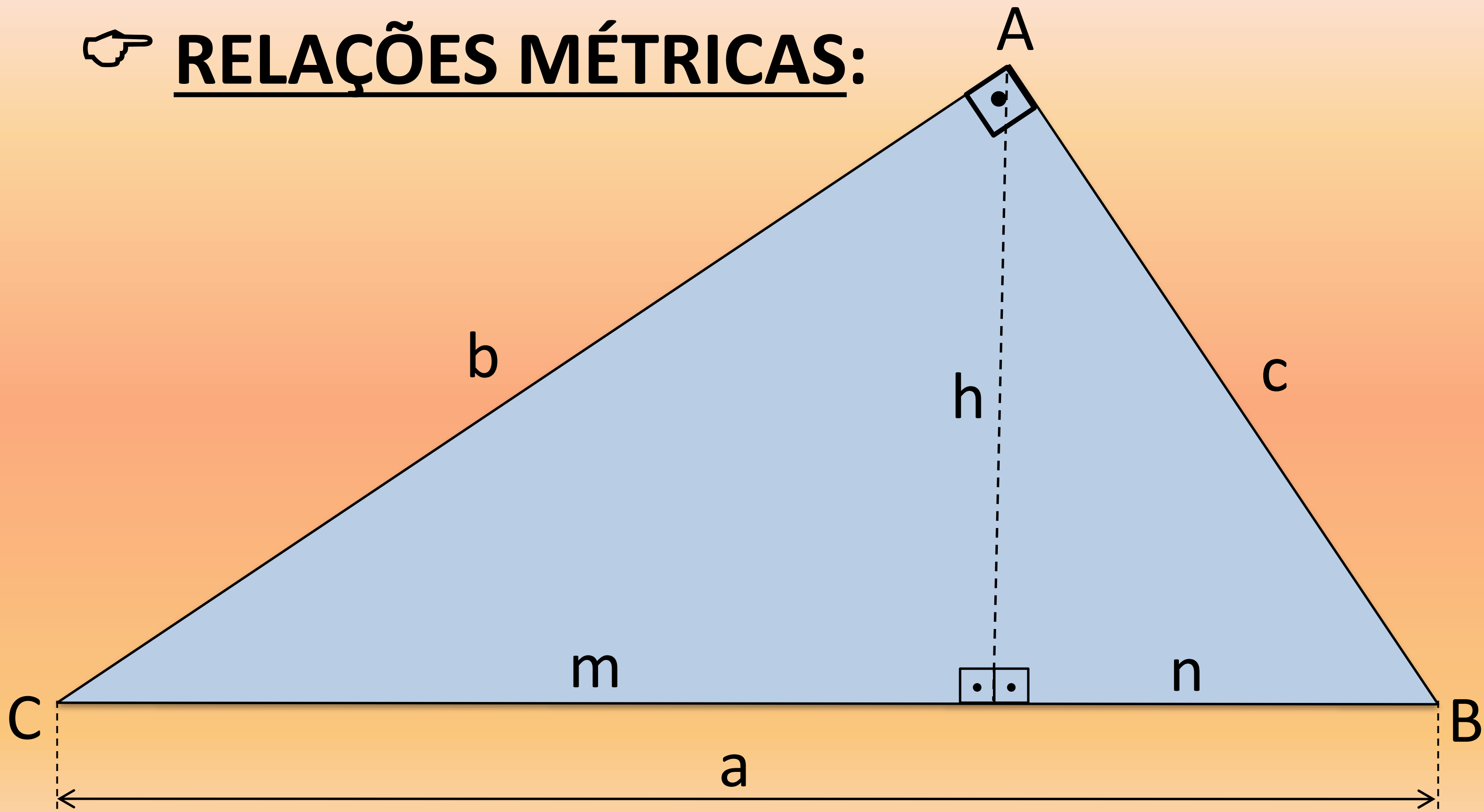
Logo, $\Delta HAC \sim \Delta ABC$ (caso A.A.)

E também, $\Delta HAC \sim \Delta HBA$.



$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$

☞ RELAÇÕES MÉTRICAS:

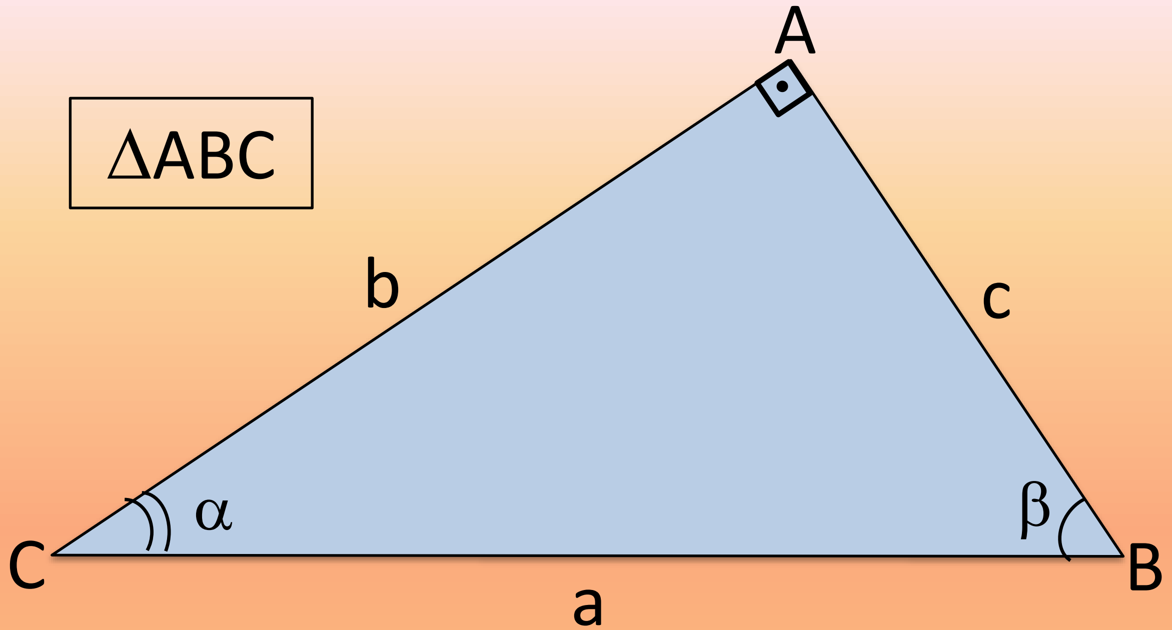


1ª Relação:

$a = m + n$

A soma das medidas das projeções dos catetos é igual à medida da hipotenusa.

ΔABC



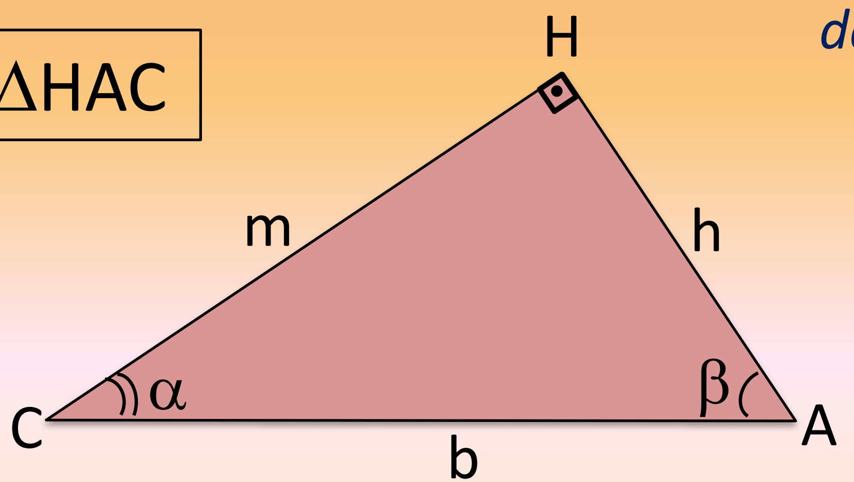
$\Delta ABC \sim \Delta HAC$

2ª Relação:

$$a \,.\, h = b \,.\, c$$

O produto das medidas da hipotenusa com a da altura é igual ao produto das medidas dos catetos.

ΔHAC

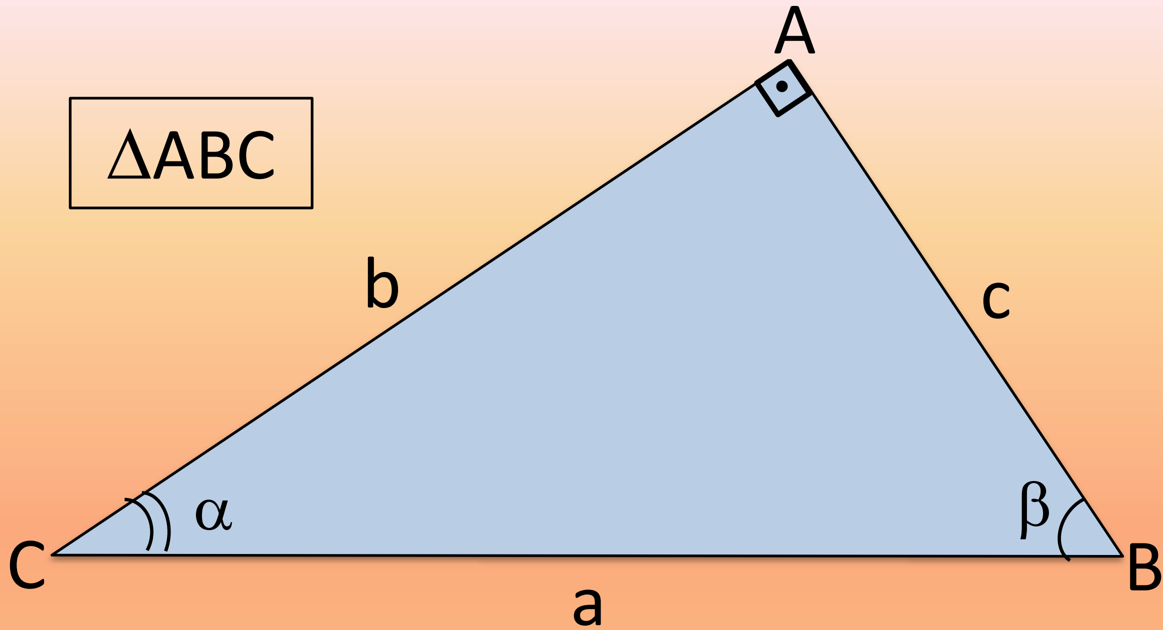


3ª Relação:

$$b^2 = a \,.\, m$$

O quadrado da medida do cateto é igual ao produto das medidas da projeção desse cateto com a da hipotenusa.

ΔABC



$\Delta ABC \sim \Delta HBA$

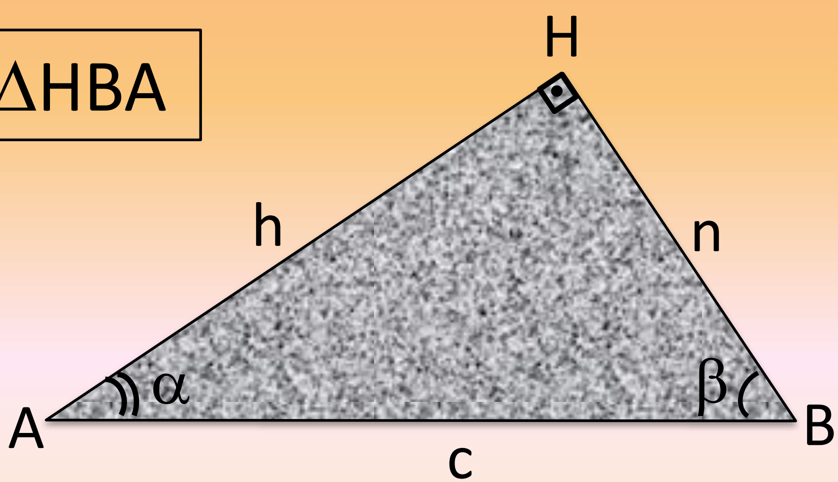
4ª Relação:

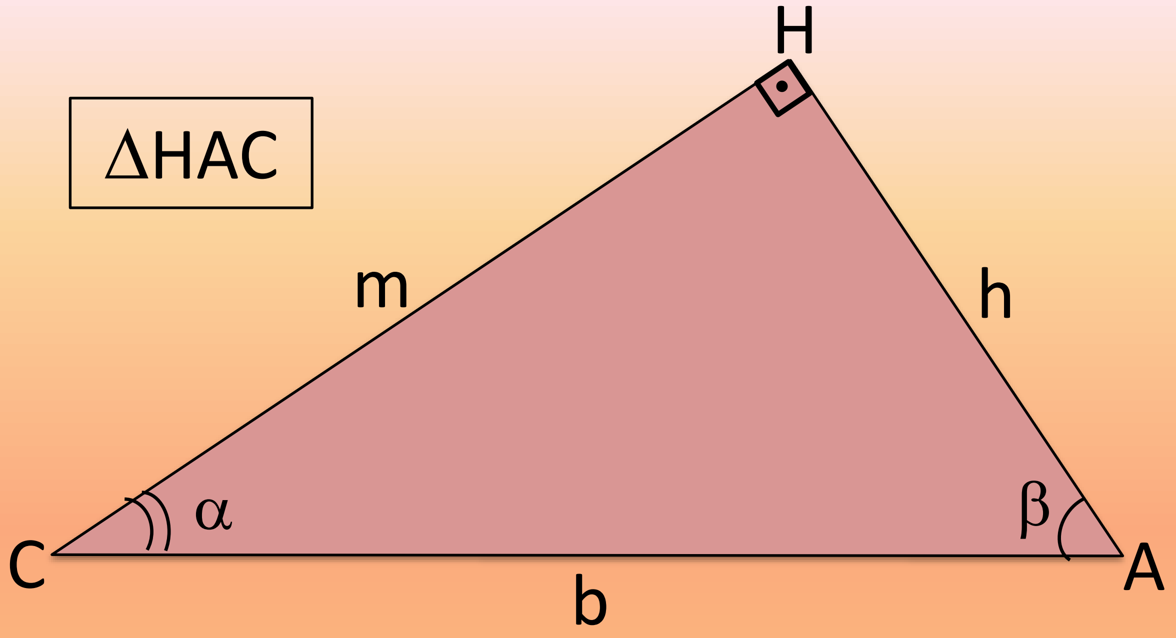
$$c^2 = a \, . \, n$$

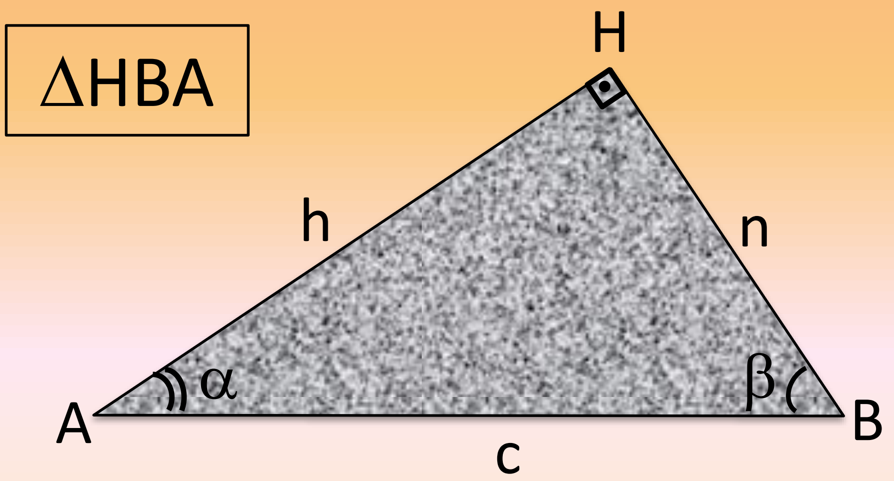
O quadrado da medida do cateto é igual ao produto das medidas da projeção desse cateto com a da hipotenusa.

(Semelhante à relação anterior, só aplicada ao outro cateto.)

ΔHBA







$\Delta HAC \sim \Delta HBA$

⬇

5ª Relação:

$$h^2 = m \cdot n$$

O quadrado da medida da altura é igual ao produto das medidas das projeções dos catetos.

Portanto, temos as seguintes relações:

1ª Relação:

$$a = m + n$$

2ª Relação:

$$a \,.\, h = b \,.\, c$$

3ª Relação:

$$b^2 = a \,.\, m$$

4ª Relação:

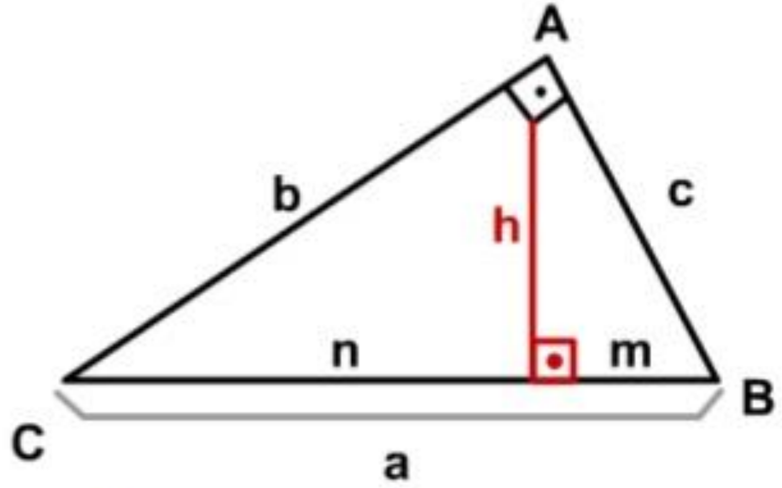
$$c^2 = a \,.\, n$$

5ª Relação:

$$h^2 = m \,.\, n$$

Relações métricas no triângulo retângulo

Relações Métricas



$a \cdot h = b \cdot c$

$b^2 = a \cdot n$
$c^2 = a \cdot m$

$h^2 = m \cdot n$

$a^2 = b^2 + c^2$

✋ Observe a seguinte situação:

$$b^2 + c^2 = a.m + a.n$$

$$b^2 + c^2 = a.(m + n)$$

$$b^2 + c^2 = a.a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Portanto **Teorema de Pitágoras**

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

FIM